- FACULTE DE MEDECINE -
ECOLE D'AUDIOPROTHESE
JOSEPH EXUPERE BERTIN

UNIVERSITÉ DE RENNES 1

# EXAMEN D'ADMISSION AU DIPLÔME D'ETAT D'AUDIOPROTHESISTE

*Année universitaire 2010-2011*

---

## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

durée : 1 heure

---

ECOLE D'AUDIOPROTHÈSE
JOSEPH E. BERTIN
FOUGÈRES

*Tout résultat juste, mais non justifié, ne sera pas pris en compte.*

**Exercice I :** ( 6 points )

On considère un triangle ABC rectangle en A, le point I milieu du côté [BC] et le cercle ( $C$ ) de centre A, passant par I. La droite (AI ) coupe ( $C$ ) en deux points : I et G.

1) Démontrer que le point G est le barycentre du système (A, 4), (B, - 1), (C, - 1).

2) a) Déterminer deux coefficients $b$ et $c$ tels que le point A soit barycentre du système (G, 2), (B, $b$), (C, $c$).

b) En déduire l'ensemble des points M du plan tels que $\|2\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\|=2\|\overrightarrow{BC}\|$ .

**Exercice II :** (7 points )

On considère la suite d'intégrales $(I_n)$ définie par : $I_0=\int_{-2}^{0} e^{-x}\,dx$

et pour tout entier naturel $n\geqslant 1$ par : $I_n=\int_{-2}^{0} x^n e^{-x}\,dx$ .

1) Calculer la valeur exacte de l'intégrale $I_0$ .

2) En utilisant une intégration par parties, démontrer l'égalité :

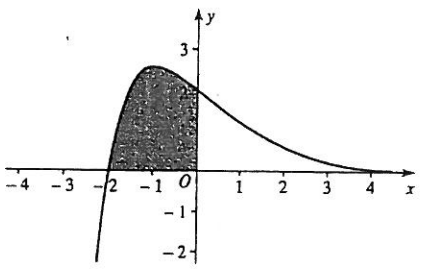
$$I_{n+1}=(-2)^{n+1}e^2+(n+1)I_n \ .$$

3) En déduire les valeurs exactes des intégrales $I_1$ et $I_2$ .

4) On note $f_k$ , $k$ étant un nombre réel donné, la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f_k(x)=(x+k)e^{-x} \ .$$

La représentation graphique d'une fonction $f_k$ est donnée sur le graphique suivant :




a) A l'aide des renseignements donnés par le graphique, déterminer la valeur du nombre réel $k$ correspondant.

b) Soit $A$ l'aire de la partie noircie (en unité d'aire) ; exprimer $A$ en fonction de $I_0$ et $I_1$ et en déduire sa valeur exacte.

**Exercice III** : ( 7 points )

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges indiscernables au toucher.
On effectue $n$ tirages successifs ( $n$ entier supérieur ou égal à 1) d'une boule en respectant la règle suivante : si la boule tirée est rouge, on la remet dans l'urne; si elle est blanche, on ne la remet pas.
Les parties A et B sont indépendantes.

**Partie A**

Dans cette partie $n = 3$ . On donnera les résultats sous forme de fractions irréductibles.
Si $k$ est un entier compris entre 1 et 3, on note $E_k$ l'événement « seule la $k$-ième boule tirée est blanche ». Par exemple, $E_1$ est l'événement « seule la première boule tirée est blanche ».

1) Montrer que la probabilité de l'événement $E_1$ est $p(E_1)=\frac{5}{36}$ .

2) Calculer les probabilités des événements $E_2$ et $E_3$ .
En déduire la probabilité qu'on ait tiré une seule boule blanche à l'issue des 3 tirages.

3) Sachant que l'on a tiré exactement une boule blanche, quelle est la probabilité que cette boule ait été tirée en dernier ?

**Partie B**

On effectue maintenant $n$ tirages.
1) Déterminer, en fonction de $n$, la probabilité $p_n$ de tirer au moins une boule blanche en $n$ tirages.

2) Quelles valeurs faut-il donner à $n$ pour que $p_n > 0{,}99$ ?